

## **STRATEGI *PROBING PROMPTING* DALAM UPAYA MENGONSTRUKSI PEMAHAMAN MAHASISWA TERHADAP FUNGSI DUA VARIABEL**

Hapizah<sup>1</sup>, Somakim<sup>2</sup>, M. Yusup<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Universitas Sriwijaya, Jln. Palembang-Prabumulih KM. 32 Inderalaya, Palembang, Indonesia  
Email: hapizah@fkip.unsri.ac.id

### **Abstract**

The article describes about validation of teaching material in which some probing-prompting questions were created to construct students' understanding about function of two variables. This research is a design research and its type is development study. Data was collected by walk-through and documentation methods. This research produced the structure of questions to construct students' understanding about some topics which are domain, range, contour plot or contour maps, surface, and level of curve of function of two variables, and the teaching material is supplemented by Geogebra application. The questions about topics of domain and range material are probed by topics of domain and range of function of one variable. The teaching material is valid.

**Keywords:** Function of Two Variables, Probing Prompting

### **Abstrak**

Tulisan ini memaparkan kevalidan bahan ajar yang didalamnya berupa rangkaian pertanyaan *probing prompting* dalam upaya mengonstruksi pemahaman mahasiswa terhadap fungsi dua variabel. Strategi *probing prompting* terdapat pada susunan pertanyaan-pertanyaan dalam bahan ajar yang membantu mahasiswa mengonstruksi pemahamannya. Penelitian ini menggunakan *design research* tipe *development studies*. Teknik pengumpulan data yang dilakukan adalah *walkthrough* dan dokumentasi. Penelitian ini menghasilkan bahan ajar berupa rangkaian pertanyaan untuk mengonstruksi pemahaman mahasiswa tentang *domain*, *range*, *contour plot* atau *contour maps*, *surface*, dan *level of curve* (ketinggian kurva) fungsi dua variabel, dan bahan ajar yang dihasilkan dilengkapi dengan bantuan aplikasi Geogebra. Rangkaian pertanyaan untuk materi *domain* dan *range* dimulai dari *domain* dan *range* fungsi satu variabel. Bahan ajar yang dihasilkan tersebut telah dikatakan valid berdasarkan tahapan yang telah dilaksanakan.

**Kata kunci:** Fungsi Dua Variabel, *Probing Prompting*

**Cara Menulis Sitasi:** Hapizah, Somakim, & Yusup, M. (2019). Strategi *probing prompting* dalam upaya mengonstruksi pemahaman mahasiswa terhadap fungsi dua variabel. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 13 (2), 113-120.

---

Salah satu standar nasional pendidikan adalah standar proses, yaitu standar yang berkaitan dengan pelaksanaan pembelajaran pada satuan pendidikan untuk mencapai kompetensi lulusan (BNSP, 2007). Modal awal dari suatu proses pembelajaran adalah tersedianya bahan ajar yang sesuai dengan tujuan pembelajaran dan mengacu pada paradigma *students-centered learning* (SCL). Menurut Ranjit (2015), negara-negara berkembang mengalami kesulitan dalam menyediakan bahan ajar yang efektif yaitu bahan ajar yang sesuai untuk pembelajarannya, sehingga pencapaian tujuan pembelajarannya tidak sesuai dengan harapan. Ada beberapa faktor yang menyebabkan bahan ajar yang digunakan kurang efektif, salah satunya adalah bahan ajar yang digunakan tidak berdasarkan pada kebutuhan dari

pembelajaran itu sendiri. Untuk itu, sebaiknya bahan ajar yang digunakan dikembangkan sendiri oleh guru/dosen.

Bahan ajar yang dikembangkan, sebaiknya mengikuti karakteristik dan prinsip pembelajaran sesuai dengan tingkat pendidikan. Pada tingkat pendidikan perguruan tinggi, karakteristik dan prinsip pembelajarannya adalah konstruksi pengetahuan dilakukan oleh mahasiswa, hal ini dikarenakan mahasiswa dianggap telah memiliki kemandirian belajar yang baik. Dengan demikian, peran dosen hanya memberikan arahan dan memfasilitasi pembelajaran.

Dibutuhkan strategi pembelajaran yang dapat mengakomodir karakteristik dan prinsip pembelajaran bagi mahasiswa. Salah satu strategi yang dapat membuat mahasiswa mengkonstruksi pengetahuannya sendiri adalah *probing prompting*. *Probing prompting* adalah strategi pembelajaran yang pelaksanaannya adalah dosen memberikan serangkaian pertanyaan kepada mahasiswa, dimana pertanyaan-pertanyaan tersebut bersifat menggali pengetahuan yang telah dimiliki mahasiswa dan menuntun proses berpikir untuk mengaitkan pengetahuan yang ada dengan pengetahuan baru (Suherman, 2008; Hapizah, 2014). Strategi pembelajaran *probing prompting* ini dapat dituangkan dalam bentuk bahan ajar, yaitu dapat berupa pemberian permasalahan disertai dengan pertanyaan-pertanyaan yang terstruktur agar mahasiswa dapat menyelesaikan permasalahan tersebut.

Salah satu materi yang diberikan di tingkat perguruan tinggi adalah fungsi dua variabel. Pemahaman mahasiswa terhadap fungsi dua variabel adalah sangat penting, karena merupakan dasar untuk pemahaman materi turunan parsial dan turunan rantai, serta integral lipat dua dan integral lipat tiga, bahkan menurut Trigueros & Martinez-Planell (2009) konsep fungsi termasuk fungsi dua variabel menjadi hal yang fundamental dalam *advanced mathematics*.

Pemahaman mahasiswa terhadap materi ini masih sangat kurang, hal ini diketahui dari hasil penelitian beberapa peneliti diantaranya adalah Trigueros & Martinez-Planell (2010), menyatakan sebagian besar mahasiswa tidak mampu mengonstruksi konsep fungsi dua variabel. Lebih lanjut Trigueros & Martinez-Planell (2010) menyatakan mahasiswa tidak mampu mengonstruksi konsep domain dari fungsi dua variabel. Menurut Martinez-Planell & Trigueros (2009) konstruksi notasi domain dan range ke dalam konsep fungsi secara umum masih belum jelas, mahasiswa yang memiliki pemahaman konsep domain dan rangenya baik tidak dapat menyatakan fungsi dengan baik dan sebaliknya mahasiswa yang mampu menyatakan fungsi dengan baik, tidak memiliki pemahaman konsep domain dan range dengan baik. Menurut Kashefi, Zaleha, & Yudaria (2010) kesulitan terbesar mahasiswa terhadap fungsi dua variabel adalah mensketsa grafik fungsi dua variabel dalam tiga dimensi. Hasil penelitian ini sejalan dengan hasil penelitian yang dilakukan Kabael (2011) yang menyatakan sebagian besar mahasiswa mampu menyelesaikan permasalahan fungsi secara aljabar namun tidak secara grafik.

Banyak hal yang menyebabkan mahasiswa kesulitan terhadap fungsi dua variabel. Menurut Kashefi, Zaleha, & Yudaria (2010) kesulitan mahasiswa disebabkan kurangnya dorongan dan tidak adanya pertanyaan-pertanyaan petunjuk bagi mahasiswa dalam menyelesaikan permasalahan dan tidak efektifnya pendekatan pembelajaran yang digunakan. Menurut Montiel, Vidakovich, & Kabael (2008) lemahnya pemahaman fungsi dua variabel karena lemahnya pemahaman fungsi satu variabel. Menurut Tall, McGowen dan DeMarois (2000) dan Kabael (2011) cara efektif untuk memahamkan siswa terhadap konsep fungsi adalah dengan mesin fungsi.

Berdasarkan uraian di atas, dibutuhkan bahan ajar yang dapat membantu mahasiswa mengonstuksi pengetahuannya sendiri untuk materi fungsi dua variabel. Sehingga perlu didesain bahan ajar dengan strategi *probing prompting* dalam membantu mahasiswa mengonstruksi pengetahuannya sendiri pada materi fungsi dua variabel, karena strategi *probing prompting* ini merupakan strategi berupa rangkaian pertanyaan-pertanyaan yang disusun sedemikian rupa sehingga dapat mengarahkan pemikiran mahasiswa dalam menyusun pengetahuan baru.

## **METODE**

Penelitian ini adalah design research tipe development study (Akker, et al, 2006). Pada tulisan ini, hanya memaparkan hasil pada tahap *expert review* dan *one-to-one* yaitu untuk melihat kevalidan dari bahan ajar. Yang menjadi *expert* adalah dua orang dosen program studi pendidikan matematika, dan mahasiswa yang memberikan penilaian dari bahan ajar ini adalah sebanyak 3 mahasiswa yang sedang mengikuti perkuliahan Kalkulus Peubah Banyak. Masukan dari *expert* dan mahasiswa ini dijadikan sebagai bahan untuk melakukan revisi terhadap bahan ajar yang didesain. Aspek yang dinilai oleh para *expert* adalah aspek kelayakan isi, aspek kelayakan bahasa, aspek kelayakan kegiatan mahasiswa, aspek kelayakan penyajian, dan aspek kelayakan tampilan.

## **HASIL DAN PEMBAHASAN**

### ***Deskripsi Bahan Ajar***

Materi yang dibahas adalah fungsi dua variabel. Materi ini hanya bersifat pengantar dari mata kuliah Kalkulus Peubah Banyak, namun demikian pemahaman terhadap fungsi dua variabel sangat penting karena merupakan pengetahuan dasar untuk memahami materi lebih lanjut seperti integral lipat dua dan integral lipat tiga. Pertanyaan-pertanyaan *probing* yang diberikan dalam bahan ajar adalah pertanyaan-pertanyaan yang berkaitan dengan fungsi satu variabel, hal ini dilakukan berdasarkan temuan dari penelitian Montiel, Vidakovich, & Kabael (2008) yang menyatakan bahwa lemahnya pemahaman mahasiswa terhadap fungsi dua variabel karena lemahnya pemahaman fungsi

satu variabel. Dengan demikian, pertanyaan-pertanyaan yang disusun diprediksi dapat mengarahkan mahasiswa dalam mengkonstruksi pemahaman terkait konsep fungsi dua variabel.

Pertanyaan pertama yang diberikan dalam bahan ajar adalah, “apa yang dimaksud dengan fungsi?”, “Dapatkah kalian memberikan contoh yang termasuk fungsi dan yang bukan fungsi?”. Pertanyaan ini untuk menggali pengetahuan awal yang dimiliki mahasiswa terkait fungsi. Apabila pemahaman mahasiswa terhadap fungsi sudah baik, maka diharapkan untuk memahami fungsi dua variabel akan lebih mudah bagi mahasiswa.

Setelah mahasiswa memahami tentang konsep fungsi, selanjutnya mahasiswa digali pemahamannya tentang variabel bebas dan variabel terikat dari sebuah fungsi. Adapun hal yang dipertanyakan untuk menggali pemahaman tersebut adalah tentang variabel dari contoh fungsi yang diberikan, dan dilanjutkan dengan memberikan penekanan bahwa dari contoh tersebut hanya ada satu variabel bebasnya sehingga dinamakan sebagai fungsi satu variabel. Kemudian, untuk mengarahkan mahasiswa pada fungsi dua variabel adalah dengan menanyakan jika contoh fungsi tersebut ditambahkan lagi satu variabel bebasnya, dan diharapkan mahasiswa dapat menyatakan bahwa fungsi tersebut adalah fungsi dua variabel. Selanjutnya mahasiswa diharapkan sudah dapat mengidentifikasi variabel bebas dan variabel terikat dari contoh fungsi dua variabel tersebut. Serta diharapkan dapat menggeneralisasi untuk fungsi lebih dari dua variabel.

Topik selanjutnya yang dibahas pada bahan ajar adalah tentang nilai real dari sebuah fungsi dua variabel. Pada topik ini, diawali dengan pemberian informasi kepada mahasiswa bahwa untuk menentukan nilai fungsi dua variabel dilakukan dengan mensubstitusikan nilai variabel yang bersesuaian. Kemudian dilanjutkan dengan langsung memberikan contoh dalam menentukan nilai real sebuah fungsi dua variabel. Topik ini diperkirakan tidak terlalu sulit bagi mahasiswa.

Pembahasan selanjutnya adalah tentang grafik sebuah fungsi dua variabel. Topik ini merupakan topik yang dianggap sulit bagi mahasiswa, terutama berkaitan dengan menggambarkan sketsa grafiknya (Kashefi, Zaleha, & Yudaria, 2010). Pengetahuan yang disampaikan kepada mahasiswa agar dapat memberikan jawaban terhadap pertanyaan *promptingnya* adalah tentang sumbu-sumbu koordinat ketika menggambarkan grafik fungsi satu variabel, dan yang dilakukan adalah menghubungkan titik-titik koordinat yang didapatkan, di mana sumbu-sumbu koordinatnya adalah sumbu  $x$  dan sumbu  $y$ . Pertanyaan yang diajukan adalah “Bagaimana untuk fungsi dua variabel?”. Diharapkan mahasiswa dapat memberikan jawaban bahwa sumbu-sumbu koordinatnya adalah sumbu  $x$ , sumbu  $y$ , dan sumbu  $z$ . Agar mahasiswa dapat lebih memahami bagaimana menggambarkan sketsa grafik fungsi, selanjutnya diberikan contoh soal sebagai berikut “ Gambarkan sketsa kurva fungsi  $z = x^2 + y^2$ !”. Pada contoh soal tersebut, mahasiswa diberikan arahan bahwa yang perlu dilakukan pertama kali adalah menentukan domainnya yaitu domain dari variabel  $x$  dan  $y$ , baru kemudian dari domain tersebut ditentukan rangenya yaitu variabel  $z$  dan mengkorespondensikan masing-masing

variabel. Setelah memahami ini, mahasiswa diarahkan untuk menggunakan aplikasi seperti Geogebra dan *Mathematics*, agar dapat melihat dengan jelas bentuk kurvanya.

Konsep penting dari grafik fungsi dua variabel adalah *contour plot* atau *contour maps*, *surface*, dan *level curve*. Konsep ini ditanamkan kepada mahasiswa melalui contoh-contoh soal, hal ini dilakukan agar mahasiswa dapat memahami dengan baik konsep tersebut. Dari contoh kurva yang diberikan sebelumnya, mahasiswa diberikan informasi bahwa yang dinamakan *contour plot* atau *contour maps* adalah kumpulan korespondensi antar variabel dari fungsi. Sedangkan *surface* adalah perpotongan antara area  $z = c$  dengan *contour plot*, kemudian dilanjutkan dengan memperlihatkannya pada grafik. Berdasarkan masukan dari *expert*, grafik yang diperlihatkan harus memberikan warna yang berbeda-beda untuk masing-masing *surface*.

Topik selanjutnya yang dibahas adalah level kurva. Pada topik ini, mahasiswa tidak diberikan informasi langsung, dengan harapan mahasiswa dapat mencoba untuk mendefinisikan sendiri apa itu level kurva. Pertanyaan yang diberikan adalah “Menurut kalian, apa yang dimaksud dengan level kurva?”. Jawaban dari pertanyaan ini adalah “level kurva adalah proyeksi kurva pada bidang- $xy$ ”. Guna menggali pemahaman mahasiswa terhadap level kurva, selanjutnya mahasiswa diminta untuk menyebutkan perkiraan bentuk proyeksi kurva pada bidang- $xy$ , dimana bentuknya dapat bermacam-macam tergantung bentuk kurvanya, namun yang pastinya berupa bentuk pada bidang dimensi 2. Agar dapat mengonstuski pemahaman tentang level kurva dengan baik, mahasiswa diminta untuk menggambarkan level kurva dari contoh yang diberikan sebelumnya.

Dalam rangka memperkuat pemahaman mahasiswa tentang *contour plot*, *surface*, dan level kurva, selanjutnya bahan ajar memberikan contoh soal, yang mana bentuk kurvanya tidak sesederhana contoh sebelumnya. Contoh soal tersebut adalah sebagai berikut “Buat sketsa grafik  $z = \frac{x^2}{y}$   $k = -4, -1, 0, 1, 4$  dan gambarkan juga *contour plot* untuk  $z = k$  dari nilai  $k$  yang diberikan!”. Pertanyaan *probing* dan *prompting* dari contoh ini adalah berkaitan dengan posisi kurva untuk sumbu  $y$  positif dan negatif. Pertanyaan ini diberikan karena kurva dari fungsi tersebut berada pada dua wilayah yang berbeda. Langkah selanjutnya, mempertanyakan proyeksi kurva pada bidang  $xy$ , perpotongan kurva pada bidang  $z = -4$ ,  $z = -1$ ,  $z = 0$ ,  $z = 1$ , dan  $z = 4$ . Guna menentukan perpotongan ini, mahasiswa diminta untuk mempergunakan aplikasi saja. Selanjutnya, memberikan pertanyaan tentang proyeksi hasil perpotongan yang ditanyakan pada pertanyaan sebelumnya pada bidang  $xy$ .

Topik selanjutnya yang didesain pada bahan ajar adalah tentang domain dan nilai fungsi. Sama dengan topik-topik sebelumnya, pertanyaan *probing* dan *prompting* dilakukan melalui contoh-contoh soal. Pernyataan yang diberikan untuk mengingatkan kembali mahasiswa tentang domain suatu fungsi adalah “dalam menentukan domain dilihat apakah fungsi tersebut memiliki nilai pada daerah tersebut”. Sedangkan pernyataan untuk menentukan nilai fungsi adalah “penyelesaian dari contoh ini adalah dengan cara mensubstitusikan nilai dari variabel yang bersesuaian”. Pertanyaan-

pertanyaan ini diberikan sebagai petunjuk bagi mahasiswa dalam memahami domain dan range fungsi dua variabel. Hal ini dilakukan sesuai dengan pendapat Kashefi, Zaleha, & Yudaria (2010), yang menyatakan bahwa selama ini tidak ada pertanyaan petunjuk bagi mahasiswa dalam memahami fungsi dua variabel.

### **Validasi Bahan Ajar**

Bahan ajar yang telah didesain, selanjutnya divalidasi oleh validator, dan dikomentari oleh mahasiswa. Hasil penilaian yang diberikan oleh validator terhadap desain bahan ajar ini diperlihatkan pada Tabel 1.

Tabel 1. Hasil Penilaian Bahan Ajar

<i>Indikator</i>	<i>Penilai</i>		
	<i>Validator 1</i>	<i>Validator 2</i>	<i>Rerata</i>
Aspek Kelayakan Isi	3,67	3,33	3,5
Aspek Kelayakan Bahasa	4	4	4
Aspek Kelayakan Kegiatan Mahasiswa	3,5	3,5	3,5
Aspek Kelayakan Penyajian	4	4	4
Aspek Kelayakan Tampilan	3,67	3,33	3,5

Berdasarkan penilaian yang diberikan oleh validator seperti yang diperlihatkan pada Tabel 1, aspek kelayakan isi dari bahan ajar adalah 3,5, ini diartikan bahwa bahan ajar tersebut sesuai dengan tujuan yang akan dicapai, dan sesuai dengan kemampuan mahasiswa, namun masih ada hal-hal yang perlu diperbaiki. Aspek kelayakan bahasa nilainya adalah 4, ini artinya bahasa yang dipergunakan dalam bahan ajar telah menerapkan tata bahasa yang baku dan tidak menimbulkan penafsiran ganda. Aspek kelayakan kegiatan mahasiswa adalah 3,5, ini artinya bahan ajar telah memberikan pengalaman langsung pada mahasiswa dan dapat mengidentifikasi hasil temuan, namun demikian masih ada hal-hal yang perlu diperbaiki. Aspek kelayakan penyajian adalah 4, ini artinya bahan ajar dapat mengonstruksi pengetahuan mahasiswa secara mandiri. Aspek kelayakan tampilan adalah 3,5, artinya tampilan pada bahan ajar sudah sesuai baik dari segi huruf, tata letak, dan kemenarikan tampilan, namun masih ada yang perlu dipertimbangkan atau diperbaiki.

Hasil penilaian yang diberikan validator seperti yang diperlihatkan pada Tabel 1, sejalan dengan komentar yang diberikan mahasiswa ketika tahap one-to-one. Komentar dari mahasiswa terhadap bahan ajar adalah perlu diperjelas tampilan gambar dan ada beberapa kata yang salah. Namun, secara keseluruhan mahasiswa menyatakan bahwa bahan ajar sudah baik, artinya dapat membantu mahasiswa memahami fungsi dua variabel.

## KESIMPULAN

Bahan ajar materi fungsi dua variabel dengan menggunakan strategi *probing prompting* terkategori valid, artinya digunakan untuk membantu mahasiswa mengonstruksi pengetahuannya sendiri. Rangkaian pertanyaan untuk mengonstruksi pemahaman mahasiswa tentang *domain* dan *range* fungsi dua variabel dimulai dari *domain* dan *range* fungsi satu variabel. Rangkaian pertanyaan untuk *contour plot* atau *contour maps*, *surface*, dan *level of curve* (ketinggian kurva) fungsi dua variabel diberikan dalam bentuk contoh-contoh.

## DAFTAR PUSTAKA

- Akker, J.V.D., et.al. (2006). *Educational design research*. Tersedia: <http://www.fi.uu.nl/publicatied/literatur/EducationalDesignREsearch.pdf>.
- BNSP. (2007). Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Republik Indonesia Nomor 41 Tahun 2007 Tentang Standar Proses. Jakarta: Badan Standar Nasional Pendidikan.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103–131.
- Hapizah. (2014). Analisis Materi Persamaan Diferensial melalui Strategi Probing-Prompting. *Jurnal Penelitian dan Pembelajaran Matematika (JPPM)*, 7 (1).
- Jones, S. R. & Dorko, A. (2015). Students' Generalizations of Single-Variable Conceptions of The Definite Integral to Multivariate Conceptions. In (Eds.) T. Fukawa-Connelly, N. Engelke Infante, K. Keene, and M. Zandieh. Proceedings of The 18th Annual Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education, Pittsburgh, Pennsylvania.
- Kabael, T. (2011). Generalizing single variable functions to two-variables function, function machine and APOS. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 11 (1).
- Kashefi, H., Zaleha, T., & Yudariah, M.Y. (2010). Obstacles in the learning of two-variable function through mathematical thinking approach. *Procedia Sosial & Behavioral Sciences*, 8, 173 - 180.
- Martinez-Planell, R. & Trigueros, G, M. (2012). Students' understanding of the general notion of a function of two variables. *Educational Studies in Mathematics*, 81 (3), 365-384.
- Martinez-Planell, R. & Trigueros, G, M. (2009). Students' Ideas on Function of Two-Variables: Domain, Range, and Representation. Proceeding of PME-NA, 5, 73 - 80.
- McGee, D. & Martines-Planell, R. (2014). A study of semiotic registers in the development of the definite integral of functions of two and three variables. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 12, 883 – 916.
- Montiel, Vidakovich, & Kabael. (2008). Relationship between students' understanding of function in certesian and polar coordinate systems. *Investigations in Mathematics Learning*, 1 (2), 52 - 70.

- Ranjit, S. (2015). *How to Develop and Produce Simple Learning Materials with Limited Resources*. Tersedia: [www.accu.or.jp/pub/pdf0106/rpp25](http://www.accu.or.jp/pub/pdf0106/rpp25)
- Serhan, D. (2015). Students' understanding of the definite integral concept. *International Journal of Research in Education and Science (IJRES)*, 1 (1), 84-88.
- Suherman, dkk. (2008). *Strategi pembelajaran matematika kontemporer*. Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia.
- Tessmer, M. (1993). *Planning and Conducting Formative Evaluations*. Philadelphia: Kogan page.
- Tall, D. O., McGoven, M., & DeMarois, P. (2000). The Function Machine as A Cognitive Root for Building A Rich Concept Image of The Function Concept. *Proceedings of PME-NA*, 1, 247-254.
- Trigueros, G, M. & Martines-Planell, R. (2010). Geometrical representation in the learning of two variable functions. *Educational Studies in Mathematics*, 73, 3-19.
- Trigueros, G, M. & Martines-Planell, R. (2018). On Students' Understanding of Riemann Sum of Integrals of Function of Two Variables. *HAL Archives-Ouvertes*. <https://hal.archives.fr/hal-01849951>.