

# KOMPETENSI MATEMATIKA DALAM PERSPEKTIF MATEMATIKA DAN PENGAJARANNYA

Darmawijoyo<sup>1</sup>

## PENDAHULUAN

Secara umum, pada pengajaran matematika disemua jenjang pendidikan dari sekolah dasar sampai perguruan tinggi dihadapkan pada beberapa masalah dan tantangan baik yang datang dari individu maupun yang datang dari masyarakat.

Beberapa masalah dan tantangan pengajaran matematika berhubungan erat dengan apa yang dinamakan *masalah justifikasi*. Masalah ini merupakan manifestasi masalah pada level masyarakat dan pada level individu. Pada level yang pertama, masyarakat memerlukan orang-orang yang berpendidikan baik agar mampu berkontribusi secara aktif untuk membentuk masyarakat yang kritis dan bertindak secara sistematis, bersikap konsisten terhadap pendirian, pekerja keras, mampu membuat berbagai macam prediksi dalam berbagai macam konteks. Berkaitan dengan harapan level ini, perlu adanya peningkatan jumlah generasi muda yang terdidik dengan kemampuan menggunakan matematika yang diperoleh dari program pendidikan dengan memuat komponen matematika yang kuat.

Pada level kedua, individu sendiri direfleksikan oleh apa yang dinamakan *Paradoks relevansi*. Meskipun pengetahuan matematika sangat relevan untuk masyarakat, kebanyakan individu khususnya pelajar menghadapi kesulitan-kesulitan untuk memahami bahwa matematika sangat relevan terhadap mereka sebagai individu.

Pemahaman tentang matematika mempunyai korespondensi dengan proses yang dilakukan oleh individu dalam pencapaian hasil dari proses itu. Pencapaian hasil proses ini, akan bermakna jika telah dirumuskan tujuannya untuk memenuhi kompetensi-kompetensi tertentu.

Sehubungan dengan tuntutan masyarakat dan individu, kompetensi-kompetensi capaian dalam proses pembelajaran dalam setiap jenjang pendidikan memerlukan pemahaman tenaga pendidik tentang relevansi kompetensi itu dengan kebutuhan masyarakat dan individu. Capaian proses pembelajaran pada umumnya ditentukan oleh masalah kemampuan pendidik mengenal potensi awal peserta didik dalam matematika dan bentuk asesmen yang cocok dengan kompetensi yang hendak dicapai.

<sup>1</sup>Dosen Pendidikan Matematika UNSRI

Dalam aspek kemampuan mengenali potensi awal peserta didik tentang matematika, sering luput dari pertimbangan khususnya dalam mengembangkan metode pengajaran dan materi ajar. Sebagai contoh, anak-anak yang sering bermain kelereng sangat pandai menentukan siapa pemenang dalam suatu permainan dengan melihat jumlah kelereng yang ada saat terakhir main dibandingkan dengan jumlah kelereng sebelum main. Anak-anak itu juga mengetahui bahwa kelerengnya berkurang jika beberapa kelerengnya dicuri orang atau hilang, atau dia akan tahu bahwa kelerengnya bertambah saat ibunya membelikannya lagi, bahkan mereka juga dapat membagi kelereng itu kepada teman-teman dengan jumlah yang proporsional. Hal ini berarti, si anak (siswa) sudah mengerti makna penjumlahan dan pengurangan bahkan membandingkan entitas yang satu dengan entitas yang lain dalam perspektif epistemologi, akan tetapi mungkin si anak (siswa) gagal merepresentasikan kemampuan ini dalam bentuk simbolik misalnya dalam operasi hitung  $2+3$ ,  $3-2$ ,  $4\times 5$ ,  $6:3$ ,  $7 > 6$  (operasi tambah, kurang, kali, bagi, dan perbandingan).

Sehubungan dengan masalah asimen, domain ini memuat dua hal, yaitu; pertama, *isu interpretasi* dan yang kedua kecocokan antara mode dan bentuk asimen yang digunakan serta tujuan khusus belajar-mengajar matematika saat ini. Isu interpretasi mengacu pada masalah untuk mengetahui secara valid dan reliabel apakah persepsi kita tentang penguasaan matematika menjadi komponen utama. Domain ini merupakan aspek pendesainan dan pengadopsian instrumen pengujian yang mampu menceritakan kepada kita apakah instrumen itu betul-betul menjangkau data pemahaman siswa, keterampilan, dan pendalaman tentang matematika. Penggunaan instrumen ini tidak mengakibatkan kekeliruan hasil, yaitu kekeliruan saat kita menggambarkan capaian kompetensi matematika siswa.

Kegagalan kita sebagai guru matematika dalam mengajarkan matematika- dipandang dari sudut epistemologi, karena matematika hanya diajarkan dalam prosedur komputasi dan aturan logika yang ketat (Raju, 2001). Sebagai contoh,  $2+2=4$  tidak lagi kita dipandang sebagai fakta empirik akan tetapi kebenaran itu dapat dibuktikan menggunakan teorema yang diturunkan dari aksioma Peano. Akibat dari ini semua, kebenaran dari matematika menjadi kebenaran relatif, yaitu benar berdasarkan teorema-teorema yang berbasiskan aksioma-aksioma tertentu.

Batasan-batasan bukti formal matematika saat ini sangat dipengaruhi oleh norma-norma yang dikembangkan oleh Hilbert. Definisi-definisi dinyatakan secara formal sebagai berikut; sebuah bukti matematika terdiri dari sejumlah hingga pernyataan matematika, yang masing-masing memuat aksioma atau diturunkan dari aksioma dengan menggunakan modus ponens atau beberapa penalaran yang sama (jika A maka B). Hal ini dapat kita temui dibuku-buku teks mulai dari sekolah dasar sampai ke perguruan tinggi.

Sehubungan dengan fakta ini dan masalah yang diuraikan di atas, muncul beberapa pertanyaan dalam bentuk formulasi berikut:

- 1 Kompetensi matematika yang mana yang perlu dikembangkan siswa pada masing-masing level pendidikan pada sistem pendidikan kita?
- 2 Bagaimana kita mengukur kompetensi matematika tersebut?
- 3 Apa konten matematika yang cocok dengan dinamika masyarakat dalam perspektif perkembangan keilmuan saat ini yang cocok dengan permintaan dan harapan masyarakat terhadap pengajaran matematika?
- 4 Seperti apa materi pengajaran matematika di masa datang?

Tulisan ini tentunya tidak akan mengulas semua pertanyaan di atas, akan tetapi tulisan ini hanya membahas epistemologi matematika sebagai ilmu dan apa yang mesti kita harapkan dari siswa dalam pengajaran matematika dengan apa yang kita sebut kompetensi capaian.

## EPISTEMOLOGI ILMU MATEMATIKA

Setiap pendidik tentunya menginginkan anak didiknya memahami/mengerti apa yang diajarkan. Akan tetapi, khususnya dalam pengajaran matematika, sering muncul pertanyaan yang menggelitik (mungkin sangat jarang diketahui oleh pendidik) *apa yang kita maksud dengan mengerti matematika?* Beberapa indikator yang dibuat oleh pendidik sering gagal untuk mendeskripsikan hasil belajar siswa sesungguhnya atau capaian yang diinginkan. Sebagai contoh, seorang guru pada akhir mengajarkan suatu topik matematika atau pada akhir semester senantiasa mengadakan tes untuk menguji pemahaman siswa tentang apa yang telah diajarkannya. Hasil tes ini biasanya dinyatakan dalam bentuk angka atau huruf (dengan berbagai macam skala) untuk menyatakan capaian hasil belajar. Akan tetapi, kenapa skor ini tidak menunjukkan kemampuan siswa saat diuji dengan tes yang lain, misalnya Ujian Nasional (UN). Kenapa angka 8 yang diperoleh siswa saat ujian yang diadakan oleh pendidiknya, siswa itu hanya mampu mencapai skor dibawah 6 dalam UN. Padahal, materi ujian pada UN berisi kemampuan dalam level standar kompetensi.

Menurut Michener (1978), seseorang dikatakan mengerti matematika (suatu topik matematika) maka seseorang itu mengetahui tentang contoh-contoh dan heuristik dan bagaimana mereka itu dihubungkan. Seseorang yang mengerti matematika, dia mempunyai perasaan intuitif terhadap topik matematika tersebut, bagaimana fakta yang sering ditemui dalam kehidupan sehari-hari sesuai dengan perhitungan yang dilakukannya, bagaimana topik matematika itu saling bergantung dan bagaimana topik matematika itu berhubungan dengan teori yang lain.

Berhubungan dengan pemahaman tentang suatu topik (matematika), Polya (1962) juga membuat suatu catatan bahwa tubuh (struktur) pengetahuan yang terorganisir dan tersimpan dengan baik merupakan suatu aset bagi seseorang untuk memecahkan masalah. Berdasarkan catatan Polya ini, seharusnya siswa yang dianggap mengerti matematika mempunyai cara berfikir yang terstruktur dan mempunyai kemampuan memecahkan masalah (sesuai dengan tingkatannya).

Jika kita tinjau secara rinci tentang bagaimana ahli matematika menggunakan ilmu pengetahuan matematika baik yang dikerjakan maupun yang dijelaskannya, ilmu matematika memuat beberapa jenis pengetahuan matematika, yaitu;

1. Kluster-kluster dari bagian-bagian informasi yang dibatasi secara jelas dan tegas, seperti pernyataan suatu teorema, nama teoremanya, dan buktinya;
2. relasi-relasi item (teorema, dalil), seperti koneksi logika antara beberapa teorema.

Secara umum, matematika memuat tiga kategori utama, yaitu *hasil*, *contoh*, dan *konsep*. Hasil memuat elemen deduktif matematika seperti teorema. Contoh memuat materi ilustrasi. Sedangkan konsep memuat defenisi matematika dan istilah heuristik dan arahan berupa gagasan.

*Hasil* dapat diorganisir dengan relasi pendukung yang logis yang biasanya dinyatakan dengan notasi  $A \Rightarrow B$  yang diartikan dengan hasil  $A$  dapat digunakan untuk membuktikan hasil  $B$ . Sebagai contoh (dalam teori ketunggalan faktorisasi), sebelum orang membuktikan bahwa setiap bilangan bulat dapat difaktorkan dengan cara tunggal, orang harus memahami hasil-hasil yang terdapat pada algoritma Euclid dan faktor persekutuan terbesar. Kumpulan contoh juga dapat diorganisir oleh relasi *penurunan konstruksional* dimana contoh  $A$  dapat digunakan untuk menkonstruksi contoh  $B$ . Kategori konsep memuat gagasan formal dan gagasan nonformal. Konsep juga dapat diorganisir dengan pembenaran pedagogik yaitu konsep  $A$  harus diketahui lebih dahulu sebelum konsep  $B$  yang mana urutan ini sering disebut *relasi urutan paedagogik*. Misalnya dalam mengkaji sifat-sifat aritmatika bilangan bulat, kita perlu memahami terlebih

dahulu tentang pembagian sebelum mengkaji bilangan prima dan setelah itu kita dapat mengkaji faktorisasi bilangan prima.

Mengerti matematika merupakan suatu proses aktif, untuk mengerti suatu teori kita harus mengeksplorasi dan memanipulasinya pada berbagai level, dari berbagai sudut pandang. Kita memperoleh pemahaman tentang suatu aturan (prosedur), teorema, dalil, teori melalui pengujian-pengujian menggunakan contoh yang relevan baik secara analitik maupun numerik. Mengubah beberapa prasyarat dari teorema, dalil, teori dan mengujinya lagi dengan beberapa contoh apakah teorema, dalil, teori itu masih berlaku atau tidak, kemudian menggunakan modulus pengujian dilanjutkan untuk generalisasi. Kadangkala kita harus melacak teorema, dalil, teori itu terhadap topografinya.

Oleh karenanya, mengerti matematika sering dianggap sebagai proses komplemen terhadap pemecahan masalah. Dalam banyak hal dan banyak cara, pemahaman ini lebih sulit untuk dideskripsikan dari pada pemecahan masalah. Polya telah membuat catatan tentang memahami “aturan”, yaitu;

1. *Mekanik*, jika seseorang dapat mengingat aturan itu dan dapat menggunakannya dengan benar.
2. *Induktif*, jika seseorang dapat mencoba/mengujinya dengan kasus sederhana dan yakin bahwa aturan itu benar untuk kasus ini.
3. *Rasional*, jika seseorang dapat menangkap gambaran dari demonstrasi aturan itu dan menerima kebenarannya.
4. *Intuitif*, jika seseorang yakin dengan kebenaran aturan itu mengalahkan keraguannya.

Perjalanan ilmu matematika bergerak dari aktifitas sosial (kasus riil) ke generalisasi (abstrak). Perjalanan sejarah matematika menunjukkan fakta ini. Perhitungan untuk panjang, lebar, luas, dan volume berkembang untuk kurvatur suatu kurva; bentuk yang dihitung hanya sampai dimensi 3 digeneralisasi ke dalam dimensi  $n$ ; perhitungan untuk bentuk diskrit digeneralisasi menjadi perhitungan kontinu. Fenomena ini mengatakan kepada kita bahwa aspek pemahaman matematika akan berkaitan dengan kemampuan menggeneralisasi.

Dalam konteks generalisasi ini, Harel dan Tall (1989) membedahkannya menjadi tiga (ketiga jenis ini bergantung pada konstruksi mental individu), yaitu *generalisasi ekspansif*, *generalisasi rekonstruktif* dan *generalisasi disjungtif*. Generalisasi ekspansif terjadi apabila seseorang mampu mengembangkan jangkauan keterpakaian skema yang sudah ada tanpa mengkonstruksinya. Generalisasi rekonstruktif terjadi jika seseorang dapat mengkonstruksi skema yang sudah ada dengan tujuan untuk memperluas jangkauan penggunaan skema tersebut. Sedangkan generalisasi disjungtif terjadi jika seseorang mampu mengkonstruksi skema yang baru dan yang tidak bergantung pada skema lama dimana skema baru ini dapat digunakan untuk konteks yang baru pula sehingga skema baru ini merupakan pengayaan.

Mengerti matematika juga dapat dipandang dari sudut kecakapan seseorang menggunakan matematika baik sebagai alat maupun sebagai gagasan, strategi/teknik masalah-masalah yang berhubungan dengan matematika. Adapaun kecakapan ini meliputi

1. Pemahaman konsep, yaitu pendalaman tentang konsep, menggunakan konsep dan menghubungkannya dengan konsep lainnya.
2. Pemahaman prosedur, yaitu keterampilan menggunakan prosedur secara fleksibel,

- akurat, efisien, dan tepat.
3. Kompetensi strategis, yaitu kemampuan memformulasikan, merepresentasikan dan menyelesaikan masalah matematika.
  4. Penalaran adaptif, yaitu memiliki kapasitas untuk berfikir nalar, refleksif, menjelaskan, dan jastifikasi.
  5. Disposisi produktif, yaitu suatu sikap atau kecenderungan diri melihat matematika sebagai sesuatu yang bermanfaat, penting diperkuat dengan suatu keyakinan dalam intelegensi dan efikasi yang dimilikinya.

## MATEMATIKA SEBAGAI AKTIVITAS MANUSIA

Apapun bentuk matematika baik konkret maupun abstrak semua merupakan pekerjaan manusia dan dihasilkan oleh manusia. Perhitungan, algoritma, bukti, teorema, dalil, gambar suatu diagram, konsekuensi dari asumsi dan sebagainya, semuanya jelas-jelas dilakukan atau diakibatkan oleh manusia. Seseorang yang melakukan sesuatu menggunakan matematika merupakan anggota dari masyarakat. Akan tetapi, banyak orang, termasuk kita, bertanya kenapa (seolah-olah) apa dihasilkan oleh matematikawan berbeda dengan apa dibutuhkan dan dilakukan oleh masyarakat padahal mereka notabene juga manusia sebagai bagian dari masyarakat. Sebaliknya, matematika yang muncul pada jaman Mesir Kuno atau Jaman Mesopotamia, pengetahuan ini terdiri dari sekumpulan prosedur/resep untuk menyelesaikan masalah (dalam kehidupan sehari-hari) dan ini tidak pernah dipermasalahkan. Seorang psikologi pendidikan matematika Austria Dörfler (2007) mempunyai tesis berikut “*Make the learners aware of the human origin and nature of all of mathematics and of all that is said about mathematics*”. Tesis ini merupakan refleksi dari seorang ahli pendidikan matematika yang kecewa melihat begitu banyaknya siswa yang gagal mempelajari matematika disemua tingkat dan semua level pendidikan di Austria. Begitu juga di Indonesia, Zulkardi (2002) mengungkapkan begitu banyak siswa menjadikan matematika sebagai “momok”.

Phenomena ini tentunya merupakan refleksi “ketakutan” atau frustrasi siswa terhadap pelajaran matematika. Refleksi ini muncul akibat kegagalan mereka memahami matematika itu sendiri. Kegagalan memahami matematika ini mendoktren siswa untuk beranggapan bahwa pelajaran matematika hanya cocok untuk siswa pintar saja (extraordinary student). Sebagai ilustrasi, kita tinjau komputasi aritmatika  $(-1)(-1)=1$  dan entitas  $\sqrt{(-1)}=i$ . Kita jelaskan ini kepada siswa  $(-1)$  kali  $(-1)$  sama dengan 1 dan akar dari  $-1$  sama dengan  $i$ . Siswa menghadapi masalah kognitif yang begitu berat dengan simbol dan aturan-aturan ini. Apa arti  $-1$  ini ? Kenapa  $-1$  kali  $-1$  hasilnya 1? Kenapa  $-1=i^2$ ? Ini semua tidak relevan dengan keperluan saya sebagai siswa. Pengalaman ini dianggap tidak masuk akal (not make sense).

Sangat menarik apa yang dikatakan oleh Wittmann (2007) tentang perkembangan pengajaran matematika dalam artikelnya yang berjudul *Mathematics as the Science of Pattern-from the very Beginning*, ia mengatakan sebagai berikut

*“Today mathematics teaching is similarly endangered by another movement which is not derived from a certain conception of mathematics but determined by the intention to ensure measurable outputs. This movement is controlled by psychologists and pedagogues who do not have any idea of mathematics and collaborating mathematics educators.”*

Pengajaran matematika tidak mempunyai roh, bukan berdasarkan filosofi matematika yaitu

mempelajari perhitungan tentang subjek apa yang sedang dipelajari. Pengajar tidak memahami tentang sifat-sifat matematika, tidak punya gambaran jelas tentang ide-ide dalam matematika, akan tetapi pengajaran matematika hanya bersandarkan pada bagaimana mengajar saja, hanya mengikuti prosedur melaksanakan pendekatan-pendekatan pengajaran saja, simbol dan konteks banyak salah sasaran.

Menurut Withmann, seharusnya, pengajaran matematika harus dalam koridor matematika sebagai ilmu pengetahuan tentang bentuk. Memang Wittmann ini sangat dipengaruhi oleh pandangan matematika Bourbaki. Wittmann tidak sendirian yang memprovokasi gagasan pendekatan pengajaran ini, *realistic mathematics education (RME)* juga melakukan hal yang sama yaitu siswa hanya dapat belajar matematika dengan baik melalui kerja yang riil, dalam istilah Freudenthal *menemukan kembali matematika (Re-inventing mathematics)*. Keduanya menegaskan secara implisit bahwa, pendidik harus betul-betul matang memahami materi yang diajarkan, yaitu memahami sifat-sifat dari topik yang diajarkan dengan melihat sifat-sifat ini dari berbagai sudut pandang dan konteksnya.

Jika situasi seperti dikatakan Wittmann terjadi, maka tidak ada gunanya kita mengatakan matematika itu indah, matematika itu menarik, matematika menantang, karena mereka menganggap bahwa mereka tidak cocok belajar matematika, hanya saja mereka harus mengikuti pelajaran itu di kelas (wajib mengikuti). Tetapi, seperti yang di jelaskan pada bagian pendahuluan, siswa ini telah mempunyai potensi awal yang sangat baik dalam komputasi aritmatika hanya saja bukan dalam bentuk simbolik.

Sekarang kita perhatikan aktivitas manusia sehari-hari yang difasilitasi oleh penggunaan komunikasi. Kita akan setuju bahwa kemampuan manusia yang penting adalah produk dan pesan berupa simbol/tanda baik berupa linguistik maupun non-linguistik. Hampir semua kehidupan sosial atau individu diatur dan dimediasi oleh sistem simbol/tanda. Salah satu aspek yang sangat krusial dan sangat penting dalam matematika adalah simbol/tanda. Simbol-simbol atau tanda-tanda ini menghasilkan struktur simbolik yang dapat digunakan untuk memodelkan situasi dan proses dalam banyak hal dalam sistem kehidupan kita. Dilain pihak, dengan adanya struktur simbolik/diagramatik (seperti, sistem desimal, pecahan, persamaan diferensial, aljabar Boole, statistik, dan lain sebagainya) dalam matematika dapat digunakan sebagai model fungsional untuk mendeskripsikan model-model non-matematika. Konteks-konteks ini merupakan suatu potensi besar untuk pendesainan dan pengembangan struktur simbolik/diagramatik dalam pelajaran matematika. Beberapa pengembang matematika realistik (*realistic mathematics*) (di Indonesia dinamakan pendidikan matematika realistik Indonesia (PMRI)), telah memanfaatkan konteks ini dengan sangat efisien khususnya hal-hal yang berkenaan dengan pengembangan sistem simbol/tanda dalam komunitas di kelas.

Jika matematika sebagai aktivitas manusia, semua ilmu matematika dikonstruksi oleh manusia, maka konsekuensinya mengajar matematika harus menciptakan situasi dimana siswa akan mengkonstruksi pemahamannya tentang matematika sebagai aktivitas sosial masyarakat. Konsep pembelajaran ini sering disebut menyiapkan siswa untuk belajar matematika seperti (seolah-olah) seorang matematikawan mengkaji matematika. Jika kita kembali kepada epistemologi dan sejarah matematika, materi ajar seharusnya memuat konteks-konteks yang sudah ada dipikiran siswa sesuai dengan potensi awal yang sudah dimilikinya. Jadi tidaklah tepat jika seorang guru membuat konteks dalam pelajaran matematika yang datang tiba-tiba karena gurunya sendiri senang dengan konteks tersebut. Logikanya, tidaklah mungkin matematika menjadi aktivitas sosial dalam kelas jika konteksnya sendiri tidak dipahami betul oleh komunitas dalam kelas tersebut. Bagaimana mungkin kita mengatakan bahwa jembatan ampera menjadi

konteks pelajaran geometri sedangkan yang ada dalam otak siswa warna-warni sinar lampu di jembatan itu diwaktu malam. Bagaimana mungkin kita mengatakan jeruk menjadi konteks dalam topik kajian volume bola jika yang dibayangkan siswa rasa masam dan manisnya jeruk.

Memang pembelajaran matematika harus mengikuti dinamika perkembangan teknologi yang berkembang saat ini dan tren teknologi dimasa datang yang notabene merupakan alat untuk melakukan aktivitas sosial masyarakat modern. Oleh karenanya, pengajaran matematika juga harus menggunakan pendekatan-pendekatan terbaru yang disesuaikan dengan waktu kekinian (up-to-date teaching-learning approaches). Dalam konteks pembelajaran matematika masa kini sebagai aktivitas manusia dan sebagai gagasan manusia, Kilpatrick dan kawan-kawan (2002) membuat suatu catatan berikut:

*“Mathematics is one of humanity’s great achievement. By enhancing the capabilities of the human mind, mathematics has facilitated the development of science, technology, engineering, business, and government.”*

Kekuatan matematika terletak pada pemakaian simbol/tanda. Sebagai bahasa simbol, matematika seharusnya diajarkan dalam koridor komunikasi interaktif yaitu konten matematika harus dirancang sedemikian rupa sehingga konten ini dapat dikomunikasikan di dalam kelas. Sebagai contoh, lingkungan anak didik yang gemar mengail ikan-secara informal-mereka sudah mempunyai pemahaman bagaimana mereka membagi rata(secara proporsional) hasil perolehan mengail (satunya dapat berupa ekor atau berat). Misalkan ada enam ekor ikan dari perolehannya (dipresentasikan dalam model ikan) mereka yang mengail ada tiga orang, kita tanya berapa ekor masing-masing memperoleh ikan dengan cara apa yang biasa mereka lakukan? Karena aktivitas ini biasa mereka lakukan, mereka akan segera mengerjakan tugas ini seperti biasa mereka lakukan dan menjawab pertanyaan itu dengan mengatakan bahwa masing-masing dari mereka mendapat dua ekor. Selanjutnya kita tanyakan berapa hasil dari  $6/3$  (enam dibagi tiga) mereka akan gagal menangkap pesan yang termuat pada simbol  $6/3$ .

Hal ini juga berlaku dalam bidang linguistik, misalnya kita menuliskan pesan di papan tulis (dimana anak didik sudah dapat membaca) dengan tulisan *“lihat halaman 13 buku matematika anda”* mereka segera merespon tulisan ini dengan melihat bukunya pada halaman 13. Hal ini dikarenakan, anak didik telah mengerti simbol dan pesan yang dituliskan dipapan tulis tersebut. Sekarang bayangkan kita menulis di papan tulis simbol *“xyzap tbsh qqgbc asgti”* anak didik tidak dapat melakukan apa-apa tentang simbol ini karena mereka tidak mengerti arti simbol ini apalagi pesan yang ada pada simbol itu. Sekarang, kita bayangkan pesan apa yang diterima oleh anak didik saat kita menuliskan di papan tulis *“ $-1 \times (-1) = \dots$ ”*. Relasi kebahasaan dengan simbol-simbol matematika ini telah menarik Burton (1992), Lapp dan Flood (1978) untuk mengadakan penyelidikan di sekolah-sekolah level bawah. Hasil kajiannya menyimpulkan bahwa pada level yang paling dasar, siswa harus diajarkan memahami kata-kata dan kalimat-kalimat dalam matematika secara komprehensif. Siswa perlu diarahkan untuk memaknai atau memahami kata-kata seperti 5, +, 23, =, dan kalimat-kalimat seperti  $6 < 7, 3 + 2 = 5$  terhadap konteks dimana simbol-simbol dan kalimat-kalimat ini digunakan.

Raymond dan Lienenbach (2000) memperkenalkan matematika simbolik pada persamaan aljabar satu variabel dengan menggunakan timbangan. Operasi-operasi pada aljabar kemudian digantikan dengan melakukan pemindahan pion (sebagai simbol  $x$ ) sebelah kiri dan angka disebelah kanan tangan timbangan untuk menyatakan persamaan aljabar. Proses penyelesaian persamaan aljabar dilakukan dengan cara yang sama yaitu aktivitas memindahkan pion dan angka baik sebelah kiri tangan timbangan atau sebelah kanannya dengan mengontrol kesetimbangannya. Aktivitas ini sangat baik untuk menjelaskan arti simbol “=”. Pemindahan

pion dan angka akan berakhir jika tinggal menyisahkan satu buah pion ditangan timbangan sebelah kiri dan disebelah kanan hanya berisi angka. Proses terakhir tadi menunjukkan penyelesaian aljabar dalam bentuk  $x=b$  dimana  $b$  menyatakan angka.

Pentingnya memperhatikan pengajaran matematika sebagai aktivitas sosial baik dari sudut pandang matematika murni terlebih-lebih dari sudut pandang matematika aplikasi khususnya di sekolah-sekolah dasar menurut Schoenfeld (1992) dikarenakan matematika sendiri secara alami atau keberadaannya merupakan hasil karya manusia untuk keperluan aktivitas manusia baik sebagai pondasi penting terhadap perkembangan teknologi dan sains maupun untuk memecahkan masalah matematika itu sendiri. Schoenfeld sendiri mengartikan matematika sebagai berikut:

*“Mathematics is a inherently social activity, in which a community of trained practitioners (mathematical scientists) engages in the science of patterns-systematic attempts, based on observation, study, and experimentation, to determine the nature or principles of regularities in systems defined axiomatically or theoretically (“pure mathematics”) or models of systems abstracted from real word objects (“applied mathematics”). The tools of mathematics are abstraction, symbolic representation, and symbolic manipulation. However, being trained in the use of these tools no more means that one thinks mathematically than knowing how to use shop tools makes one a craftsman. Learning to think mathematically means (a) developing a mathematical point of view-valuing the processes of mathematization and abstraction and having the prediction to apply them, and (b) developing competence with the tools of the trade, and using those tools in the service of the goal of understanding structure-mathematical sense-making.*

Jadi walaupun pengajaran matematika itu dimulai dari aktivitas-aktivitas sederhana, melalui konteks-konteks riil (kebanyakan bentuk-bentuk benda nyata) akan tetapi tujuan akhir dari pengajaran matematika adalah untuk mencapai level mampu melakukan abstraksi, manipulasi secara simbolik, berpikir nalar deduktif, dan mampu mengaplikasikannya dalam situasi sederhana (simple modelling).

## **KOMPETENSI MATEMATIKA**

Memahami matematika dalam hubungannya dengan capaian pembelajaran berdasarkan tuntutan kurikulum saat ini kurikulum tingkat satuan pendidikan (KTSP) berarti memiliki kompetensi matematika atau kompeten dalam melakukan sesuatu menggunakan matematika. Memiliki kompetensi dalam beberapa domain individu, profesional, kehidupan sosial adalah kemampuan untuk menguasai aspek kehidupan dalam domain tersebut. Konsekuennya, kompetensi matematika harus diberi makna setara (mungkin sama) dengan kemampuan memahami, menilai, melakukan, dan menggunakan matematika dalam konteks pengetahuan faktual, keterampilan teknis baik bersifat linguistik seperti tata bahasa, kosakata (dalam pengertian notasi) maupun non-linguistik seperti penalaran. Hal ini mengatakan bahwa kompetensi matematika harusnya dapat dikenali eksistensinya dengan jelas.

Sekarang, muncul pertanyaan apa yang kita maksud dengan kompetensi matematika? Jika dikembalikan dengan epistemologi matematika dan matematika sebagai hasil aktivitas manusia maka kompetensi matematika ini dapat dikelompokkan ke dalam dua kelompok besar Niss (1999), yaitu kompetensi yang berhubungan dengan kemampuan bertanya dan menjawab dan kompetensi yang berhubungan dengan simbolik baik aspek manajemen linguistik maupun aspek manajemen komponen simbolik.

**Kompetensi Kelompok Pertama:** Kemampuan bertanya dan menjawab baik dalam matematika maupun dengan menggunakan matematika.

1. *Berfikir Matematika.* Kompetensi ini berhubungan dengan pemahaman tentang mode-mode berfikir matematika seperti;
  - kemampuan memunculkan pertanyaan dan mengetahui berbagai jenis pertanyaan tentang karakteristik matematika,
  - kemampuan memahami ruang lingkup dan keterbatasan konsep yang diberikan,
  - kemampuan memperluas cakupan konsep dengan mengabstraksi beberapa sifat-sifat konsep (menggeneralisasi hasil ke kelas objek yang lebih besar),
  - kemampuan membedakan jenis-jenis pernyataan dalam matematika (kondisi bersyarat, besaran entitas, asumsi, definisi, teorema, kasus).
2. *Mengemukakan dan Menyelesaikan Masalah Matematika.* Kompetensi ini meliputi beberapa hal, diantaranya;
  - kemampuan mengidentifikasi, mengemukakan dan mensifikasikan macam-macam masalah baik terbuka maupun tertutup (open-ended or closed),
  - kemampuan menyelesaikan berbagai macam masalah matematika yang yang dimunculkan oleh dirinya sendiri maupun oleh orang lain, dengan kemungkinan menggunakan cara yang berbeda.
3. *Pemodelan Matematika.* Kemampuan ini berkenaan dengan aspek analisis dan membangun model matematika, seperti;
  - kemampuan menganalisa dasar-dasar dan sifat-sifat dari model-model yang ada termasuk di dalamnya menyisipkan jangkauan dan validitas,
  - kemampuan memahami model-model yang sudah ada dengan mentranslasikan dan menginterpretasikan semua elemen model terhadap realita yang dimodelkan,
  - kemampuan membentuk model aktif dalam suatu konteks yang diberikan (membuat simbol-simbol dengan relasinya, mengkomunikasikan model yang terbentuk serta hasilnya).
4. *Penalaran Matematika.* Kompetensi ini meliputi beberapa hal, diantaranya;
  - kemampuan mengikuti dan mengemukakan alasan logis sistem argumen,
  - kemampuan menyelidiki apakah proses bukti matematika benar atau salah,
  - kemampuan memilah komponen-komponen argumen dari kerangka berpikir bukti logis matematika, mana yang berupa rincian, mana yang berupa trik, dan mana yang berupa ide,
  - kemampuan menyusun argumen matematika baik formal maupun informal dan kemampuan mentransformasikan argumen heuristik ke bukti formal logis yaitu pembuktian pernyataan.

**Kompetensi Kelompok Kedua:** Kompetensi yang berhubungan simbolik baik aspek manajemen linguistik maupun aspek manajemen komponen simbolik.

5. *Representasi Intitas Matematika.* Kemampuan ini berhubungan dengan objek dan situasi,

diantanya;

- kemampuan memahami dan menggunakan jenis-jenis representasi yang berbeda dari objek, fenomena dan situasi matematika,
  - kemampuan memahami dan menggunakan relasi-relasi antara representasi yang berbeda dari entitas yang sama,
  - kemampuan memilih dan mengubah representasi.
6. *Representasi Simbol dan Formalisme Matematika.* Kompetensi ini berhubungan dengan matematika sebagai bentuk dan simbol komunikasi, diantaranya.
- kemampuan memahami dan menginterpretasikan bahasa matematika formal dan simbolik serta memahami relasinya terhadap bahasa umum,
  - kemampuan memahami karakter dan aturan sistem matematika formal baik sintaksis maupun semantis,
  - kemampuan mentranslasikan bahasa natural ke bahasa simbolik atau formal,
  - kemampuan memanipulasi pernyataan dan ekspresi yang memuat simbol dan formula.
7. *Berkomunikasi di dalam Matematika.* Kompetensi ini berpadanan dengan bagaimana berkomunikasi dalam matematika baik tulisan maupun lisan, seperti;
- kemampuan memahami bentuk tulisan, visual, oral dalam berbagai macam linguistik yang memuat konten matematika,
  - kemampuan mengekspresikan diri pada level-level yang berbeda dari ketepatan teknis dan teori baik dengan lisan, visual atau tulisan.
8. *Memanfaatkan Teknologi.* Kompetensi ini berpadanan dengan penggunaan teknologi untuk meningkatkan kemampuan matematika sebagai alat pemecahan masalah dan untuk meningkatkan optimalisasi mengembangkan pemahaman matematika, seperti;
- kemampuan mengetahui eksistensi dan sifat-sifat dari berbagai macam alat dan bantuan untuk aktivitas matematika termasuk juga mengetahui jangkauan dan keterbatasan alat tersebut,
  - kemampuan menggunakan alat dan bantuan tersebut secara reflektif.

Konsep yang digunakan dalam menurunkan kompetensi ini adalah konsep behavioral (behavioural concept) yang menitik beratkan kepada apa yang bisa individu (siswa) lakukan terhadap pembelajaran matematika. Tentunya semua kompetensi ini bertujuan agar siswa melakukan aktivitas, bertingkah laku secara mental dan fisik. Dalam istilah Niss, kompetensi ini membentuk kontinum dari klaster-klaster yang beririsan-karena kompetensi-kompetensi di atas saling mempengaruhi. Namun demikian mereka berbeda dalam pengertian bahwa pusat gravitasi masing-masing kompetensi saling lepas.

Selain dari hubungan antara mereka, kompetensi-komptensi ini juga mempunyai sifat-sifat dualnya dalam arti kompetensi-komptensi dapat dilihat dari aspek analitik dan dari aspek produktif. Aspek analitik dari kompetensi di atas dapat dilihat dari fokusnya yaitu pada pemahaman, interpretasi, pengujian, penilaian proses dan fenomena matematika (seperti mengikuti suatu kontrol rantai argumen matematika atau pemahaman sifat dan penggunaan representasi matematika). Sedangkan aspek produktif difokuskan pada pengkonstruksian aktif atau melakukan proses seperti menemukan rantai argumen atau mengaktifkannya dan

mengerjakan representasi matematika dalam situasi yang diberikan.

## PENUTUP

Pengajaran matematika memiliki setidaknya-tidaknya dua kemampuan dasar guru yaitu kemampuan memahami matematika sebagai ilmu dan kemampuan mengimplementasikan pendekatan-pendekatan pengajaran.

Kemampuan pertama diperlukan untuk menyusun materi pembelajaran dan evaluasi sesuai dengan kompetensi yang ingin dicapai dengan materi tersebut. Kemampuan ini mencakup pemahaman konsep, pemahaman contoh, dan pemahaman hasil. Kemampuan akan ditunjukkan oleh kesesuaian konteks yang dipilih dengan sifat-sifat alami dari materi dan rumusan kompetensi yang ingin dicapai.

Kemampuan kedua diperlukan untuk mendesain pengajaran yang akan mengoptimalkan aktivitas sosial di dalam kelas untuk mengeksplorasi potensi siswa secara optimal. Kemampuan ini akan ditunjukkan oleh terjadi respon positif siswa terhadap materi yang telah dirancang oleh guru, interaksi aktif antara siswa.

## DAFTAR PUSTAKA

- Burton, Grace M. (1992). Using Language Arts to Promote Mathematics Learning. *The Mathematics Journal*. Vol. 3, No. 2.
- Dörfler, W. (2007). Making Mathematics more Mundane-a Semiotic Approach. *Proceedings of the 31<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol 1: p. 105-108.
- Harel, G., dan Tall, D., (1989). The General, the Abstract, and the Generic in Advanced Mathematics. *For the Learning of Mathematics*, **11** no.1: p. 38-42.
- Klipatrick, J., Swafford, J., dan Findell, B. (2002). *Adding it up: Helping Children Learn Mathematics*. The National Academies Press. Buku dapat diakses pada web. Diakses 02/04/04: <http://www.nap.edu/books/0309069955/html/index.html>.
- Lapp, D., dan Flood, J. (1978). *Teaching Reading to Every Child*. New York: Macmillan.
- Michener, E., R.(1978). Understanding Mathematics, *Report*, A.I. Memo-488. Massachusetts Institute of Technology.
- Niss, M. (2002). *Mathematical Competencies and the Learning of Mathematics*. Uddanelse.
- Polya, G. (1962). *Mathematics Discovery*, Vol.2. Wiley, New York.
- Raju, R., K., (2001). Computers, mathematics education, and the alternative epistemology of the calculus in the Yuktibhâsâ. *Philosophy East & West* **51**(3). P. 325–62.
- Raymond, Anne M., dan Lienenbach, M. (2000). Collaborative Action Research on the Learning and Teaching of Algebra: A Story of one Mathematics Teacher's Development. *Educational Studies in Mathematics* **41**: p. 283-307.
- Schoenfeld, alan, (1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense-Making in Mathematics. Diakses 05/09/09: [http://www.gse.berkeley.edu/faculty/aschoenfeld/Learning/ToThink/Learning\\_to\\_think\\_math.html](http://www.gse.berkeley.edu/faculty/aschoenfeld/Learning/ToThink/Learning_to_think_math.html).
- Wittmann, Erich Ch., (2007). Mathematics as the Science of Patterns-from the Very Beginning.

*Proceeding of the Conference of the Future of Mathematics Education in Europe*, Lisbon, 17-19 Dec'2007.

Zulkardi. (2002). Development a Learning Environment on Realistics Mathematics Education (RME) for Indonesian Student Teachers. *Dissertation*. University of Twente, Enschede. The Netherlands.